УДК: 519. 816 https://doi.org/10.15407/jai2025.03.063

Є. В. Івохін[1], Г. В. Шелякін[2]
[1,2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Україна
пр. Глушкова, 4д, м. Київ, 83000
[1]ivohin@knu.ua
[2]shelyakingleb17@gmail.com
[1]https://orcid.org/0000-0002-5826-7408
[2]https://orcid.org/0009-0002-7171-6535

ЗАСТОСУВАННЯ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ У РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДИКИ КОЛАБОРАТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Анотація. У статті аналізуються підходи до інтеграції нечіткої логіки в user-based методиці колаборативної фільтрації для вирішення проблем розрідженості даних та невизначеності у вподобаннях користувачів. Наголошується, що колаборативна фільтрація є популярним інструментом реалізації рекомендаційних систем, який суттєво залежить від точності подання числових даних та повноти надання інформації при створенні рекомендацій. Застосування нечіткої логіки дозволяє проводити моделювання в умовах неоднозначності та невизначеності завдяки використанню лінгвістичних змінних і функцій належності нечітких величин. Розглянуто приклади систем, які вдало інтегрують цей підхід на основі поєднання нечіткої логіки з методами колаборативної фільтрації, використання нечітких асоціативних правил і багаторівневої схожості, що дозволяє ефективно долати проблеми розріджених та неповних даних. Запропоновано математичний апарат для побудови жанрових профілів користувачів і фільмів, який забезпечує персоналізацію рекомендацій. Гаусоподібні функції належності та застосування кластерного аналізу дозволяють врахувати багатожанровість контенту й нечіткість уподобань користувачів. Запропоновані алгоритми знижують вплив індивідуальних упереджень і забезпечують точність рекомендацій навіть за умови фрагментарних даних. Результати досліджень демонструють перспективність гібридних підходів у створенні рекомендаційних систем для різних доменів: інтернет-магазинів, стримінгових платформ і проєктного менеджменту. Подальше тестування запропонованих методик відкриває можливості для їх масштабного застосування.

Ключові слова: нечітка логіка, метод Мамдані, колаборативна фільтрація, розрідженість даних, визначення подібності, нечіткі числа.

Ye. Ivohin[1], G. Shelyakin[2]
[1,2]Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine
4d, Glushkova st., Kyiv, 83000
[1]ivohin@knu.ua
[2]shelyakingleb17@gmail.com
[1]https://orcid.org/0000-0002-5826-7408
[2]https://orcid.org/0009-0002-7171-6535

APPROACHES TO INTEGRATION OF FUZZY LOGIC IN USER-BASED COLLABORATIVE FILTERING METHODS

Abstract. The article analyzes approaches to integrating fuzzy logic into user-based collaborative filtering methods to address the problems of data sparsity and uncertainty in user preferences. It emphasizes that collaborative filtering is a popular tool for implementing recommendation systems, which heavily relies on the accuracy of numerical data representation and the completeness of information during the recommendation process. The use of fuzzy logic enables modeling under ambiguity and uncertainty through the use of linguistic variables and membership functions of fuzzy values. Examples of systems successfully integrating this approach are examined, combining fuzzy logic with collaborative filtering methods, the use of fuzzy association rules, and multi-level similarity, which allows for effective handling of sparse and incomplete data. A mathematical framework is proposed for constructing genre profiles of users and films, which supports recommendation personalization. Gaussian-like membership functions and the application of cluster analysis allow for accounting for multi-genre content and the fuzziness of user preferences. The proposed algorithms reduce the impact of individual biases and ensure recommendation accuracy even under conditions of fragmented data. The research results demonstrate the potential of hybrid approaches in developing recommendation systems for various domains, including online stores, streaming platforms, and project management. Further testing of the proposed methods opens up opportunities for their large-scale application.

Keywords: fuzzy logic, Mamdani method, collaborative filtering, data sparsity, similarity determination, fuzzy numbers

Вступ

Колаборативна (або спільна) фільтрація – це підхід або метод створення рекомендацій шляхом аналізу конкретно заданого контенту, що ґрунтується на оцінці реакцій користувачів на цей контент. Сутність методу полягає у тому, щоб на основі обробки попередніх реакцій користувача передбачити, як він оцінить контент, з яким ще не взаємодіяв. Чим точніша оцінка, тим якіснішою вважається рекомендація даного передбачення. Колаборативна фільтрація є достатньо популярним методом для формування рекомендацій за відповідним контентом, який використовується на практиці багатьма провідними технологічними компаніями, зацікавленими у реалізації методики (такими, як от Amazon, Temu, YouTube, Netflix, LinkedIn, Spotify, Instagram та інші). Це цілком зрозуміло, тому що перевагами методу є:

1. Незалежність від конкретної доменної (проблемної) області. Реалізація методу не залежить від специфіки умов його використання, що дозволяє застосовувати його у будь-якій галузі, майже не змінюючи математичний апарат.

2. Прозорість етапів функціонування методу. На відміну від моделей машинного навчання на кожній ітерації роботи методу існує можливість перевірити коректність розрахунків та логіки висновків, що спрощує розробку програмного забезпечення для реалізації системи створення рекомендацій.

3. Не потребує великої кількості вхідних параметрів. Для коректної роботи методу достатньо побудови матриці зворотних зв'язків (оцінок користувачів), що підкреслює його конструктивність.

Існує багато підходів реалізації методу колаборативної фільтрації, але найбільш вживаним є метод колаборативної фільтрації типу user-based та item-based [1-9].

Метод колаборативної фільтрації на основі оцінок схожості користувачів (user-based) передбачає, що подібні за вподобаннями користувачі мають схильність оцінювати об’єкти схожим чином. Основна ідея полягає у виявленні групи користувачів, які мають схожі уподобання (на основі історії оцінок або інших взаємодій), та використанні їх оцінок для формування прогнозу щодо певного об’єкту, з яким користувач ще не взаємодіяв.

На відміну від user-based підходу, item-based підхід припускає, що користувачі схильні однаково оцінювати схожі об’єкти. Іншими словами, якщо користувач позитивно оцінив об’єкт певного класу, то, ймовірно, йому також сподобаються інші аналогічні об’єкти, схожі на нього.

Незважаючи на конструктивність та ефективність методики, потрібно звернути увагу і на недоліки, які є предметом постійного удосконалення сучасними дослідниками [1-5, 9]. Серед головних проблем застосування методу колаборативної фільтрації, які наразі вивчаються та потребують свого вирішення, можна відзначити проблему «холодного старту», що виникає у випадку реєстрації користувача в системі за умови відсутності інформації про нього, його вподобання або поведінки; проблему врахування розрідженості даних; наявності синонімії об'єктів; оцінювання різноманітності в даних та ін.

Одним з підходів до часткового вирішення цих проблем є впровадження методики створення рекомендацій з використанням нечіткої логіки.

Актуальність даного дослідження полягає у вдосконаленні методу колаборативної фільтрації на основі впровадження та використання персоналізованих нечітких функцій належності для кожного суб’єкта з метою пошуку подібних користувачів та застосування відповідної обробки за методом Мамдані.

Метою роботи є демонстрація результатів аналізу та вдосконалення методики колаборативної фільтрації на основі використання підходів та засобів нечіткої логіки, а також обгрунтування основ її застосування для підвищення якості рекомендацій.

Постановка задачі

Розглянемо процедуру прогнозування оцінки користувача для певного об'єкта на основі доступної історії його взаємодій з іншими об'єктами, а також історичних оцінок інших користувачів. Для цього використовуватимемо колаборативну фільтрацію, модифіковану за допомогою методів нечіткої логіки.

Припустимо, що кожен об'єкт, який підлягає оцінюванню, має певні характеристики, які можна розділити на три групи:

1. Оцінки - числові значення, які виставляються користувачами у фіксованому діапазоні (наприклад, 1–5 або 0–1). Інтерпретація цих оцінок є суб'єктивною, тобто одна й та сама оцінка може мати різне значення для різних користувачів.

2. Категоріальна інформація - відомості про належність об'єкта до певної категорії або тематики (наприклад, жанр фільму або книги, тип товару), що впливає на сприйняття об'єкту користувачами.

3. Індивідуальні особливості користувачів - персональні відмінності в оцінюванні та у перевагах, які можуть варіюватися залежно від категорії контенту.

Тоді задача полягає в тому, щоб розробити підхід, який би дозволив:

1. Отримувати більш точні апроксимації оцінок користувачів у порівнянні з класичною колаборативною фільтрацією.

2. Враховувати персональні функції належності для різних користувачів і категорій, що дозволяє адаптувати систему до суб'єктивних уподобань.

3. Використовувати алгоритми та методи нечіткої логіки для визначення подібності між користувачами, що дає змогу зменшити невизначеність в даних та отримати більш гнучке представлення вподобань користувачів.

Результати і дискусія

Нечітка логіка – це математичний апарат, який дозволяє аналізувати та моделювати ситуації з невизначеністю, неточністю або неоднозначністю на основі нечітких правил та висновків. Методика базується на запропонованій Лотфі Заде у 1965 році [10] теорії нечітких множин та нечітких відношень, що дозволяє оперувати проміжними значеннями між "істинністю" та "хибністю", що визначають чіткі міри належності (відповідності) наявних даних сутності фактичних понять або подій.

Сформулюємо деякі поняття теорії нечітких множин.

Означення 1. [10]

Нечіткою множиною $\tilde{A}$ універсальної множини X, називається сукупність пар

$$\tilde{A} = \{(\mu_{\tilde{A}}(x), x)\},$$

де $\mu_{\tilde{A}}(x): X \to [0,1]$, - відображення множини X в одиничний відрізок [0,1], яке називається функцією належності нечіткій множині.

Величина функції належності $\mu_{\tilde{A}}(x)$ для елемента $x \in X$ визначає ступінь його належності до нечіткої множини. Інтерпретацією ступеня належності $\mu_{\tilde{A}}(x)$ є суб'єктивна міра того, наскільки елемент $x \in X$ відповідає поняттю, сенс якого формалізується нечіткою множиною $\tilde{A}$.

Обробка нечітких величин пов'язана з побудовою та застосуванням бінарних відношень. Найчастіше використовується поняття нечіткого бінарного відношення з універсальної множини X у множину Y. Тому під нечітким бінарним відношенням будемо розуміти нечітку множину $\tilde{R}$, яку визначено на декартовому добутку $X \times Y$ з функцією належності $\mu_{\tilde{R}} : X \times Y \to [0,1]$.

Розглянемо в якості універсальної множини X множину дійсних чисел, тобто $X = R^1$.

Означення 2.

Нечітким трикутним числом $\tilde{A}$ будемо називати впорядковану трійку чисел *(a, b, c)*, $a \le b \le c$, з заданою функцією належності $\mu_{\tilde{A}}(x)$:

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\frac{x-a}{b-a}, x\in[a,b];\ \mu_{\tilde{A}}(x)=\frac{c-x}{c-b}, x\in[b,c];\quad \mu_{\tilde{A}}(x)=0, x\notin[a,c]. \qquad (1)$$

Застосування нечітких чисел та відношень в умовах ситуаційної або інформаційної невизначеності дозволяє будувати схеми нечіткого виводу шляхом формулювання логічних висновків на основі нечітких правил та операцій над нечіткими величинами з метою отримання вихідного значення.

Використання нечіткої логіки при розробці рекомендаційних систем дає можливість формалізувати роботу з невизначеністю та неточністю даних і правил, формування висновків, систематизувати та структурувати взаємозв'язки факторів та рекомендацій з урахуванням умов реалізації та повноти даних. Наприклад, застосування нечіткої логіки допомагає визначати ступінь (міру) подібності між користувачами, враховуючи розмиті критерії вподобань або поведінкові патерни. Апарат нечіткої логіки який застосовується у item-based підходах, дозволяє провести оцінювання рівнів зв'язку між об'єктами, базуючись на системі нечітких правил і нечітких чисел, що значно розширює можливості для формалізації оцінок і сприяє кращому розумінню подібності об'єктів.

Таким чином, комбінування засобів нечіткої логіки з основними методами колаборативної фільтрації може допомогти формуванню більш точних та зрозумілих персоналізованих рекомендацій, особливо за умов наявності неповних (фрагментарних) даних, що характеризуються високим рівнем неточності (невизначеності). Такий підхід відкриває нові можливості для покращення якості рекомендаційних систем та підвищення їхньої ефективності.

Серед різних досліджень на основі вищезгаданого підходу можна згадати роботу [11]. Авторами запропоновано рекомендаційну систему, яка поєднує методи нечіткої логіки, колаборативної фільтрації та метод для вирішення проблеми визначення пріоритетних вимог до інформаційних систем.

В рамках підходу засобами нечіткої логіки здійснюється врахування невизначеностей, які виникають під час оцінювання ситуації за допомогою експертів. Традиційні підходи часто базуються на точних числових оцінках, що не завжди відповідає реальним умовам, де оцінки можуть бути розмитими або нечіткими. Автори вирішили цю проблему, використовуючи лінгвістичні змінні, наприклад, "високий", "середній" або "низький", які було представлено трикутними нечіткими числами. Це дозволило змоделювати розмиті границі між категоріями та забезпечити гнучкість у відображенні оцінок експертів. Завдяки цьому рекомендаційна система дає можливість ефективніше працювати з суб'єктивними судженнями, враховуючи неоднозначності, що виникають у процесі ухвалення рішень.

В якості способу рекомендації з неповними та нечіткими оцінками (*unrated requirements*) запропоновано вдосконалити user-based метод колаборативної фільтрації впровадженням скоригованого косинусного коефіцієнту подібності користувачів з урахуванням заданої шкали оцінок:

$$Fuzzy_ACosine_{Pu}=\frac{\sum_{i=1}^{f}[(r_{Pi}-\bar{r}_P)r_{ui}-\bar{r}_u]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{f}(r_{Pi}-\bar{r}_P)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{f}(r_{ui}-\bar{r}_u)^2}} \qquad (2)$$

де $P-$ суб'єкт прийняття рішень, який не зміг оцінити деякі функціональні та нефункціональні вимоги; $r_{ui}-$ оцінка особи u, що приймає рішення щодо функціональної вимоги $i\in I$; $\bar{r}_u-$ середнє значення наявних оцінок особи u; $\bar{r}_P-$ середнє значення наявних оцінок особи P; $r_{Pi}-$ оцінка суб'єкта прийняття рішень щодо функціональної вимоги i; $f-$ кількість функціональних вимог [11].

Такий підхід дозволяє прогнозувати оцінки для тих вимог, які не оцінювалися, зменшуючи кількість пропущених даних. Скоригований косинусний коефіцієнт використовує середні оцінки та вагу кожної вимоги, що забезпечує високу адаптивність до особливостей кожного учасника. Таким чином, функція прогнозування оцінки функціональної вимоги із боку суб'єкта прийняття рішень має вигляд:

$$Pred(P,i) = \bar{r}_P + \frac{\sum_{u=1}^{n}[(r_{ui} - \bar{r}_u) * Fuzzy_ACosine_{Pu}]}{\sum_{u=1}^{n} |Fuzzy_ACosine_{P,u}|} \quad (3)$$

де n – кількість схожих осіб, що приймають рішення.

Остаточно, залучення наведеної модифікації підвищує точність прогнозів та зменшує вплив індивідуальних упереджень, сприяючи формулюванню більш узгоджених рекомендацій.

Запропонований в роботі метод використано для ранжування вимог, враховуючи як функціональні (*FRs*), так і нефункціональні вимоги (*NFRs*). Основою цього підходу стала побудова нечіткої матриці розв'язків, у якій кожна вимога оцінювалася за кількома критеріями. Для кожної вимоги визначалися ідеальні (найкращі можливі) та антиідеальні (найгірші можливі) значення, що дозволило обчислити *коефіцієнт близькості* до позитивного ідеалу. Цей коефіцієнт чітко визначає пріоритетність кожної вимоги, мінімізуючи суб'єктивний вплив і забезпечуючи прозорість процесу ухвалення рішень порівняно з іншими методами, такими як метод аналізу ієрархій.

Інший приклад застосування методики формування нечіткого висновку пов'язаний з подоланням проблем розрідженості даних. В роботі [12] поставлено та проаналізовано можливість послабити обмеження класичних методів колаборативної фільтрації шляхом інтеграції кількох інноваційних рішень.

Сутність запропонованої методики базується, по-перше, на використанні нечітких асоціативних правил для аналізу уподобань користувачів. Замість класичних бінарних (чітких) оцінок (наприклад, "подобається" або "не подобається") використовуються нечіткі величини, що дозволяють оцінити вподобання за певною шкалою (градацією): оцінки задаються у вигляді нечітких чисел з конкретними функціями належності. Наприклад, оцінка "4"у рейтингу може належати до категорій "середній" із вагою 0.7 та "високий" із вагою 0.3. Це дозволяє формалізувати невизначеність вподобань користувачів, що є типовим у реальних системах, особливо за наявності обмежених даних.

Іншою особливістю даної методики є використання та реалізація багаторівневої схожості між користувачами або товарами, що розглядаються на одному рівні (наприклад, рейтинги товарів). Для цього пропонуються правила конкретизації понять багаторівневої схожості:

1. Між категоріями: якщо користувач віддає перевагу певній категорії товарів (наприклад, "електроніка"), інформація враховується при прогнозуванні вподобань до товарів у цій категорії.

2. Між товарами: класичний підхід оцінки схожості між товарами, заснований на спільних рейтингах, доповнюється інформацією про категорії.

Методика передбачає також залучення схеми формування (видобування) нечітких асоціативних правил. Використовується модифікований алгоритм Apriori [13] для формулювання нечітких асоціативних правил, що дозволяє генерувати правила навіть за відсутності великої кількості даних, а також враховувати довіру до кожного правила, що забезпечує більш точні прогнози вподобань користувачів. Ці фактори дають можливість прогнозувати вподобання на основі асоціативних правил, за допомогою яких враховується вага кожного правила та його рівень підтримки.

В роботі [14] проведено дослідження засобів інтеграції схем нечіткої логіки у процеси колаборативної фільтрації для

вирішення проблеми розрідженості даних та невизначеності в оцінках користувачів. Ставлячи за мету підвищити точність рекомендаційних систем за допомогою використання нечітких оцінок замість точних числових значень, запропоновано вирішення даної проблеми шляхом застосування нечітких чисел для подання невизначеності оцінок користувачів на основі так званих шаблонів оцінок. "Шаблони оцінок" формуються з урахуванням характеристик узагальненої поведінки користувача у процесі оцінювання різних елементів проблемної області (товарів, фільмів тощо). Такий підхід дозволяє враховувати не лише абсолютні числові оцінки, але й оцінити ступінь невизначеності та схожості у вподобаннях між користувачами.

Для обчислення схожості (подібності) між користувачами розроблено нову метрику, яка використовує три компоненти:

– подібність шаблонів оцінок користувачів;

– подібність рівнів невизначеності, виражених через ентропію;

– подібність на основі середньо-квадратичної різниці між оцінками.

Розглянемо кожну компоненту окремо. Припустимо, що задано числову шкалу та множину об’єктів I, що потребують оцінювання. Будемо позначати через r_{ui} оцінки користувача u щодо об’єкту i, $i \in I$. Тоді для обчислення рівня подібності шаблонів оцінок користувачів можна використати величину:

$$P_{ur} = \frac{|\{i \in I \mid r_{ui} = r\}|}{|\{i \in I \mid r_{ui} \in [r_{mn}, r_{mx}]\}|} \quad (4)$$

де r_{ui} – оцінка користувача u для елемента i, $i \in I$; $[r_{mn}, r_{mx}]$ – максимальна та мінімальна оцінка, яку можна поставити; r – потенційна оцінка користувача u.

Подібність рівнів невизначеності можна виразити через ентропію у вигляді:

$$H_u = -\sum_{r=r_{mn}}^{r_{mx}} P_{ur} log_2(P_{ur}). \quad (5)$$

Подібність на основі середньо-квадратичної різниці між оцінками може бути розрахована на основі таких величин:

$$PROP_{FEQ}(U,V) = \frac{1}{3}\left(MSD_P(u,v) + MSD_H(u,v) + MSD_r(u,v)\right), \quad (6)$$

$$MSD_P(u,v) = 1 - \frac{1}{k(r_{mx} - r_{mn} + 1)} \sum_{r=r_{mn}}^{r_{mx}} \sum_{j=1}^{k} (m_{ur}^j - m_{vi}^j)^2, \quad (7)$$

$$MSD_H(u,v) = 1 - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} (m_{uh}^j - m_{vh}^j)^2, \quad (8)$$

$$MSD_r(u,v) = 1 - \frac{1}{k|I_{uv}|} \sum_{i \in I_{uv}} \sum_{j=1}^{k} (m_{ui}^j - m_{vi}^j)^2, \quad (9)$$

де k – кількість оціночних термів; I – множина об’єктів, які оцінювалися користувачами u та v; m_{ur}^j – імовірність надання оцінки r користувачем u; m_{uh}^j – значення ентропії H_u, яке було нормалізовано завдяки сигмоїдальній функції [14].

Кожна з цих компонентів має рівноцінну вагу у фінальному обчисленні подібності між користувачами. Це забезпечує можливість ефективно враховувати як самі оцінки, так і рівні невизначеності, що робить метод більш гнучким і адаптованим до реальних умов формування рекомендацій з неповними або нечіткими даними.

Запропонована модифікація частково вирішує проблему розрідженості даних, яка виникає через малу кількість спільно оцінених елементів між користувачами. Традиційні методи подібності, такі як

кореляція Пірсона чи косинусна подібність, значною мірою залежать від кількості спільних оцінок, що може призвести до некоректних результатів у випадках, коли цих оцінок недостатньо. Запропонований метод включає всі оцінки користувача для розрахунку показника подібності, використовуючи нечіткі числові множини для моделювання шаблону його оцінок.

Показник ентропії пропонується використати для обчислення ступеня невизначеності оцінок кожного користувача. Користувачі з високим значенням ентропії мають більш широкий діапазон оцінок, що свідчить про різноманітність їх вподобань. Величина ентропії нормалізується [14] та застосовується у формулі подібності для підвищення точності результатів при аналізі процесу оцінювання в умовах невизначеності.

Використання розробленого методу у прикладних задачах дозволяє покращити точність при прогнозуванні оцінки, у порівнянні з класичними методами колаборативної фільтрації [14]. Застосування нечіткої логіки надає можливість більш ефективно обробляти суб'єктивні оцінки користувачів і зменшує вплив розрідженості даних. Крім того, впровадження ентропії дозволяє врахувати ступінь невизначеності у вподобаннях, що сприяло більш точним рекомендаціям.

Зважаючи на позитивний вплив методики застосування нечіткої логіки у процесах формування рекомендацій, в рамках проведених авторами досліджень запропоновано вдосконалений підхід до user-based колаборативної фільтрації, який ґрунтується на використанні нечіткої логіки для врахування індивідуальних уподобань користувачів. Запропонований метод відрізняється від класичного алгоритму тим, що кожен користувач має персоналізовану функцію належності, що адаптується до його історичних оцінок у кожній з наявних категорій об'єктів. Крім того, для обчислення подібності між користувачами пропонується використати метод Мамдані [15], що дозволяє враховувати нечіткість оцінок та забезпечити раціональне прогнозування рекомендацій.

Припустимо, що є множина користувачів $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$, множина об'єктів $I = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$, кожен з яких може бути оцінений величиною $r \in N$ (за деякою числовою шкалою) та множина критеріїв $K = \{k_1, k_2, \dots, k_s\}$. Кожен критерій описує властивості об'єктів множини I, наприклад, «гра акторів», «сюжет» тощо. Відома матриця оцінок R, розмірністю $m \times n$, де кожен елемент r_{ui} є оцінкою користувача u для об'єкта i. Також відома тривимірна матриця RK, розмірністю $m \times n \times k$, де кожен елемент r_{ui}^k описує, яку оцінку поставив користувач u до відповідного критерію k при оцінюванні об'єкта i.

Розглянемо процедуру формування персоналізованих трикутних функцій належності. Визначимо множину лінгвістичних термів $A = \{A_1, A_2, \dots, A_t\}$ для опису суб'єктивного рівня оцінювання елементів r_{ui}^k, проведеного користувачами, де кожен терм відповідає певному діапазону якісних оцінок, наприклад, $A_1 -$ "дуже погано", $A_2 -$"погано", $A_3 -$ "нейтрально", $A_4 -$"добре", $A_5 -$ "дуже добре" тощо. Для визначення рівня належності оцінки користувача u для об'єктів $i \in I$ за кожним з критеріїв $k \in K$ на основі термів $w \in A$ використовуємо персоналізовані функції належності, які задаються у трикутному вигляді:

$$\mu_{\tilde{A}_{ku}}^{(w)}(r_{ui}^k) = \begin{cases} 0, r_{ui}^k \le a_{ku}^{(w)}, \\ \dfrac{r_{ui}^k - a_{ku}^{(w)}}{b_{ku}^{(w)} - a_{ku}^{(w)}}, a_{ku}^{(w)} < r_{ui}^k < b_{ku}^{(w)}, \\ \dfrac{c_{k_u}^{(w)} - r_{ui}^k}{c_{ku}^{(w)} - b_{ku}^{(w)}}, b_{ku}^{(w)} < r_{ui}^k < c_{ku}^{(w)}, \\ 0, r_{ui}^k \ge c_{ku}^{(w)} \\ 1, r_{ui}^k = b_{ku}^{(w)} \end{cases} \quad (10)$$

де R_{uk} – множина оцінок користувача u щодо критерія k, $a_{ku}^{(w)} = \min_{r \in R_{uk}} r$ – найменша оцінка, яку поставив користувач u будь-якому із об'єктів в категорії $k \in K$, $c_{ku}^{(w)} = \max_{r \in R_{uk}} r$ – найбільша оцінка, яку поставив користувач u будь-якому із об'єктів в категорії $k, k \in K$ та $b_{ku}^{(w)} = median(R_{uk})$ – медіанна оцінка користувача u для усіх об'єктів в категорії $k \in K$.

В такий спосіб отримуємо набори нечітких трикутних чисел у вигляді трійок $(a_{ku}^{(w)}, b_{ku}^{(w)}, c_{ku}^{(w)})$. Формування початкових значень $a_{ku}^{(w)}, b_{ku}^{(w)}, c_{ku}^{(w)}$ для побудови функцій належності складається з таких кроків:

1. Визначається кількість критеріїв.
2. Визначається верхня та нижня межа оцінювання за критеріями.
3. Формується множина об'єктів, які оцінюються конкретним користувачем.
4. Для кожного критерію та користувача знаходиться мінімальне та максимальне значення оцінок, які поставив користувач.
5. Шкала оцінювання розбивається на множину з $c = t - 1$ інтервалів, що перетинають один-одного. Тоді трикутний вигляд подання нечітких чисел розраховується за процедурою:

$$\sigma = \{r_1, r_2, \dots, r_c\},$$
$$\underline{r} = \min \sigma, \overline{r} = \max \sigma,$$
$$b_k = \underline{r} + k * h, h = \frac{\overline{r} - \underline{r}}{c - 1},$$
$$a_k = b_k - h, c_k = b_k + h,$$
$$a_0 = \underline{r}, c_{n-1} = \overline{r}, k = \overline{1, c}.$$

Отримані розрахунки зображено на діаграмах нижче:

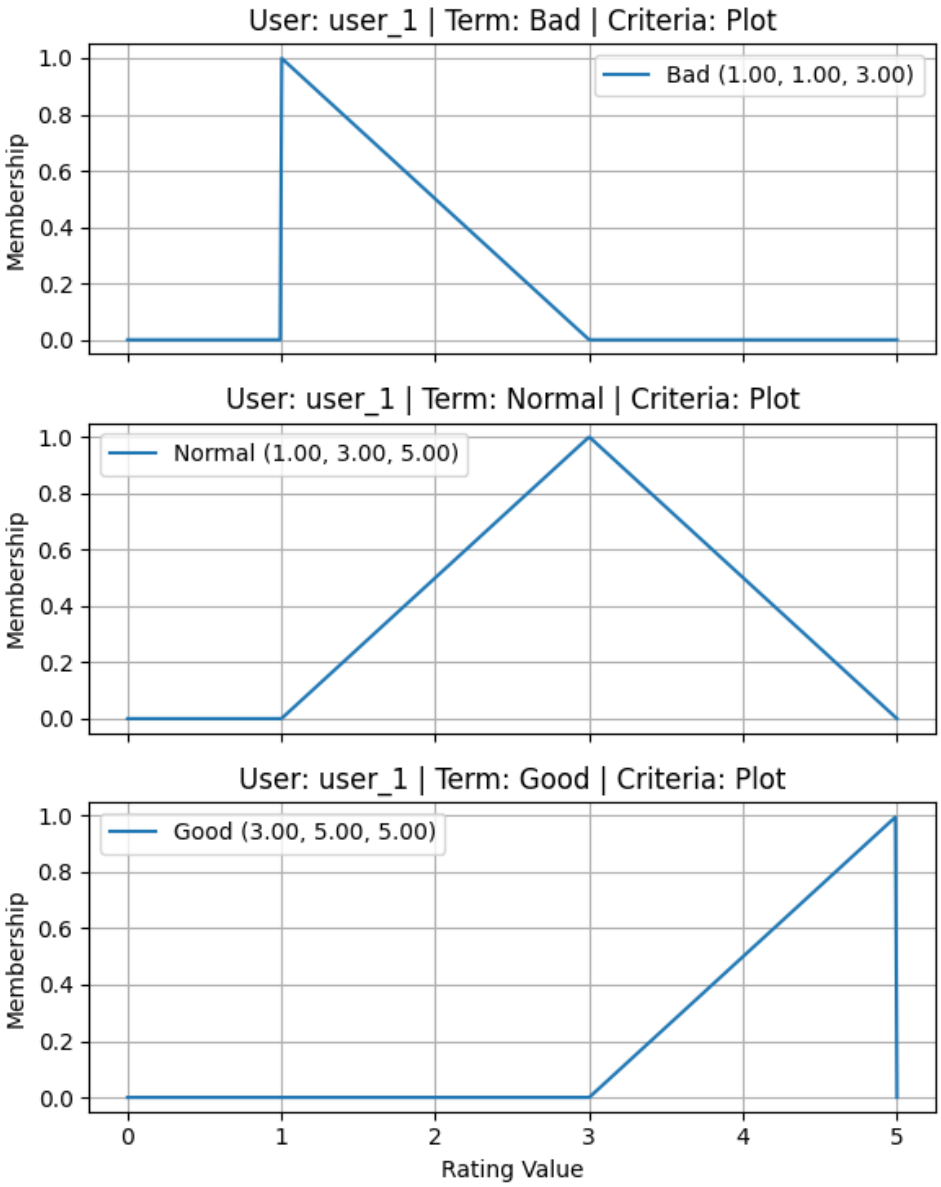

Рис. 1. Приклад розрахунку початкових значень $a_{ku}^{(w)}, b_{ku}^{(w)}, c_{ku}^{(w)}$

Введення персоналізованої нечіткої функції належності обумовлено тим, що користувачі по-різному оцінюють критерії об'єктів в залежності від своїх суб'єктивних суджень. Наприклад, при оцінюванні фільмів деякий фільм може бути оцінений вище лише через його жанр, не беручи до уваги інші характеристики, як от гра акторів або сюжет. І навпаки, є можливість отримати принципово низькі оцінки лише через те, що не подобаються фільми конкретного жанру.

Оскільки вподобання користувачів змінюються з часом, пропонується оновлювати значення відповідних трійок $(a_{ku}^{(w)}, b_{ku}^{(w)}, c_{ku}^{(w)})$ після отримання кожної нової оцінки користувача u, що дає можливість динамічно підлаштовуватись під його інтереси, а отже надавати більш точні рекомендації.

Оновлення вищезазначених трійок проводиться за схемою:

$$\begin{aligned} a_{ku}^{(w)\,new} &= \min(a_{ku}^{(w)\,old}, r_{ui}) \\ c_{ku}^{(w)\,new} &= \max(c_{ku}^{(w)\,old}, r_{ui}) \\ b_{ku}^{(w)\,new} &= \alpha r_{ui} + (1-\alpha) b_{ku}^{(w)\,old}, \alpha \in [0,1]. \end{aligned} \quad (11)$$

Величина $b_{ku}^{(w)\,new}$ обчислюється як деяке проміжне значення для запобігання різким змінам у функції належності. Пропонується застосовувати експоненційне згладжування, що сповільнює оновлення значення, роблячи його менш чутливим до одиничних аномальних оцінок користувачів.

Надалі розглянемо застосування методу Мамдані для розрахунку нечіткої подібності між користувачами з метою знаходження найбільш схожих за інтересами користувачів до того, як вони будуть залучатися для рекомендаційної процедури.

Сформуємо множину вихідних нечітких термів $S = \{S_1, S_2, \dots, S_q\}$ для визначення рівня подібності між користувачами, де кожен терм описує рівень їх подібності, наприклад, при $q = 5$, $S_1 -$ "дуже низька подібність", $S_2 -$ "низька подібність", $S_3 -$"середня подібність", $S_4 -$"висока подібність", $S_5 -$ "дуже висока подібність".

Аналогічно (9) визначимо трикутну функцію належності для кожного з термів $\tilde{S}_p,\ p = \overline{1,q}$, що визначаються відповідними нечіткими множинами:

$$\mu_{\tilde{S}_p}(s_{uv}) = \begin{cases} 0, s_{uv} \le a_p, \\ \frac{s_{uv}-a_p}{b_p-a_p}, a_p < s_{uv} < b_p, \\ \frac{c_p-s_{uv}}{c_p-b_p}, b_p < s_{uv} < c_p, \\ 0, s_{uv} \ge c_p \\ 1, s_{uv} = b_p \end{cases} \quad (12)$$

де трійка $(a_p, b_p, c_p) -$ параметри носія для кожної нечіткої оцінки рівня подібності s_{uv} користувачів u та v на основі відповідного терма $S_p,\ p = \overline{1,q}$, які визначаються заздалегідь.

Оскільки метод Мамдані використовує для побудови висновку систему правил, введемо відповідні продукційні правила для обчислення величини схожості користувачів:

$$IF\ \mu_{\tilde{A}_{ku}}^{(w)}(r_{ui})\ IS\ FUZZY\ OF\ A_w \wedge \mu_{\tilde{A}_{kv}}^{(l)}(r_{vi})\ IS\ FUZZY\ OF\ A_l\ THEN\ s_{uv}\ IS\ FUZZY\ OF\ S_p$$

де $A_w,\ A_l -$ лінгвістичні терми оцінок користувачів u і v, $S_p -$ відповідний терм рівня подібності користувачів, $IS\ FUZZY\ OF$ – умовне позначення рівня належності нечіткої оцінки подібності відповідному лінгвістичному терму. Наприклад:

1. IF оцінка користувача u для об'єкта i за критерієм k "Дуже добре" AND оцінка користувача v для об'єкта i за критерієм k "Добре", THEN їхня подібність "Висока".

2. IF оцінка користувача u для об'єкта i за критерієм k "Нейтрально" AND оцінка користувача v для об'єкта i за критерієм k "Погано", THEN їхня подібність "Середня".

3. IF оцінка користувача u для об'єкта i за критерієм k "Дуже добре" AND оцінка користувача v для об'єкта i за критерієм k "Погано", THEN їхня подібність "Низька".

Тоді, застосовуючи метод Мамдані для обчислення нечіткої подібності між користувачами u і v на основі оцінювання спільно переглянутих об'єктів $i \in I' \subset I$ за кожним з критеріїв $k \in K$ для, маємо:

$$\mu_{\tilde{S}_{uvi}}^{p}(s_{uvi}) = \max_{l=\overline{1,M}} \mu^{l}\ (y), \quad (13)$$

$$\mu^l(y) = \max_{w \in A, k \in K} \min(\mu^{(w)}_{\tilde{A}_{ku}}(r^k_{ui}), \mu^{(w)}_{\tilde{A}_{kv}}(r^k_{vi})),$$

де $\mu^p_{\tilde{S}_{uvi}}(s_{uvi}) -$ міра належності можливих величин s_{uvi} подібності користувачів u і v при оцінюванні об'єкта $i, i \in I'$; вихідна нечітка множини $\tilde{S}^p_{uvi}$ за відповідним термом $p = \overline{1,q}, M = |K|^t$.

Після отримання величини нечіткої подібності користувачів u і v за кожним з термів необхідно дефазифікувати отримані значення для подальшого застосування при визначенні прогнозованої рекомендаційної оцінки. У цьому випадку застосовуємо метод обчислення центру тяжіння нечіткої множини [16]. Маємо

$$s^*_{uvi} = \frac{\sum_{p=1}^{q} s_{uvi} \mu^p_{\tilde{S}_{uvi}}(s_{uvi})}{\sum_{p=1}^{q} \mu^p_{\tilde{S}_{uvi}}(s_{uvi})}. \quad (14)$$

Після цього метод Мамдані застосовується для всіх об'єктів з I', що були спільно переглянуті та оцінені користувачами u та v відповідно. В результаті отримуємо множину величин подібностей і для остаточного розрахунку схожості двох користувачів необхідно розрахувати середнє s^*_{uv} отриманої множини значень:

$$s^*_{uv} = \frac{\sum_{i \in I'} s^*_{uvi}}{|I'|}. \quad (15)$$

Розраховане значення наближено визначає рівень подібності користувачів v та u при оцінюванні спільних об'єктів. Тоді можна визначити співвідношення для прогнозування оцінки, яку користувач u потенційно може поставити об'єкту i, який не був їм переглянутий раніше, на основі оцінок, отриманих від інших користувачів:

$$\hat{r}_{ui} = \frac{\sum_{v \in N_u} s^*_{uv} r_{vi}}{\sum_{v \in N_u} s^*_{uv}}, \quad (16)$$

де $N_u -$множина найбільш схожих користувачів до користувача u за розрахованими значеннями s^*_{uv},
$r_{vi} -$оцінка, яку поставив користувач v об'єкту i.

Після проведення відповідних розрахунків для формування рекомендації користувачем найбільш релевантних об'єктів відсортуємо отримані спрогнозовані значення за спаданням та оберемо перші L оцінок, які відносяться до відповідних об'єктів (L – параметр, яким можна варіювати).

Модельний експеримент

Для проведення чисельних розрахунків та аналізу конструктивності розробленого методу було сформульовано набір тестових даних на прикладі інформації про об'єкти (фільми, що умовно позначені i_1, i_2, i_3, i_4, i_5), критеріїв (Acting, Cinematography, Plot), користувачів (u_1, u_2, u_3) та взаємозв'язки між ними.

Таблиця 1. Оцінки користувачів для об'єктів

Об'єкти/Оцінки користувачів	u_1	u_2	u_3
i_1	0	4.0	0
i_2	0	4.3	2.0
i_3	3.3	0	2.3
i_4	2.0	2.3	3.0
i_5	4.0	2.3	3.6

Таблиця 2. Оцінки користувача u_1 для переглянутих об'єктів та критеріїв

Фільми/Оцінки критеріїв	Acting	Cinematography	Plot
i_3	4	3	3
i_4	1	4	1
i_5	5	4	3

Таблиця 3. Оцінки користувача u_2 для переглянутих об'єктів та критеріїв

Фільми/Оцінки критеріїв	Acting	Cinematography	Plot
i_1	5	2	5
i_2	3	5	5
i_4	2	4	1
i_5	2	1	4

Таблиця 4. Оцінки користувача u_3 для переглянутих об'єктів та критеріїв

Фільми/Оцінки критеріїв	Acting	Cinematography	Plot
i_2	1	4	1
i_3	2	3	2
i_4	5	3	1
i_5	4	3	4

Таблиця 5. Значення параметрів (a, b, c) персоналізованих функцій належності користувача u_1, що розраховані за процедурою (5)

Критерії / Терми	Bad	Neutral	Good
Acting	(1.0, 1.0, 3.0)	(1.0, 3.0, 5.0)	(3.0, 5.0, 5.0)
Cinematography	(3.0, 3.0, 3.5)	(3.0, 3.5, 4.0)	(3.5, 4.0, 4.0)
Plot	(1.0, 1.0, 2.0)	(1.0, 3.0, 5.0)	(3.0, 5.0, 5.0)

Таблиця 6. Значення параметрів (a, b, c) персоналізованих функцій належності користувача u_2, що розраховані за процедурою (5)

Критерії / Терми	Bad	Neutral	Good
Acting	(2.0, 2.0, 3.5)	(2.0, 3.5, 5.0)	(3.5, 5.0, 5.0)
Cinematography	(1.0, 1.0, 3.0)	(1.0, 3.0, 5.0)	(3.0, 5.0, 5.0)
Plot	(1.0, 1.0, 3.0)	(1.0, 3.0, 5.0)	(3.0, 5.0, 5.0)

Таблиця 7. Значення параметрів (a, b, c) персоналізованих функцій належності користувача u_3, що розраховані за процедурою (5)

Критерії / Терми	Bad	Neutral	Good
Acting	(1.0, 1.0, 3.0)	(1.0, 3.0, 5.0)	(3.0, 5.0, 5.0)
Cinematography	(3.0, 3.0, 3.5)	(3.0, 3.5, 4.0)	(3.5, 4.0, 4.0)
Plot	(1.0, 1.0, 2.5)	(1.0, 2.5, 4.0)	(2.5, 4.0, 4.0)

Таблиця 8. Множина вихідних нечітких термів для визначення рівня подібності між користувачами

Вихідні терми	Значення параметрів (a, b, c)
Low	(0.0, 0.0, 0.5)
Medium	(0.0, 0.5, 1.0)
High	(0.5, 1.0, 1.0)

Таблиця 9. Правила виводу для методу Мамдані

Вхідні терми	Bad	Neutral	Good
Bad	High	Medium	Low
Neutral	Medium	High	Medium
Good	Low	Medium	High

Для обчислення подібності між користувачами застосуємо метод Мамдані для відповідних пар користувачів, які переглянули однакові фільми (табл.10).

Таблиця 10. Отриманні значення подібності користувачів з використанням методу Мамдані

Користувач №1	Користувач №2	Об’єкт	Подібність
u_1	u_2	i_4	0.72
u_1	u_2	i_5	0.27
u_1	u_3	i_4	0.38
u_1	u_3	i_5	0.5
u_1	u_3	i_3	0.72
u_2	u_3	i_4	0.5
u_2	u_3	i_2	0.5
u_2	u_3	i_5	0.72

На основі даних із таблиці 10 обчислимо схожість між користувачами як середньозважене значення їхньої подібності до об’єктів:

Таблиця 11. Розраховані значення подібності користувачів

Користувач №1	Користувач №2	Подібність
u_1	u_2	0.5
u_1	u_3	0.53
u_2	u_3	0.57

Отримавши значення подібностей між користувачами, можемо розрахувати потенційні оцінки, які користувачі можуть поставити об’єктам, які вони ще не переглядали:

Таблиця 12. Значення потенційних оцінок користувачів щодо непереглянутих об’єктів

Користувач	Об’єкт	Оцінка
u_1	i_1	4.0
u_1	i_2	3.125
u_2	i_3	2.8
u_3	i_1	4.0

Висновки

В статті досліджено та розроблено модифікацію методу колаборативної фільтрації, що базується на використанні нечіткої логіки та методу Мамдані, реалізація якої може значно покращити адаптацію процедури формулювання рекомендацій з урахуванням рівнів компетенції та уподобань користувачів**,** підвищити точність результатів прогнозування**,** стійкість до шуму та інтерпретованість рекомендацій. Конструктивність даної методики дозволяє отримати суттєве покращення результатів функціонування рекомендаційних систем в умовах, що потребують гнучких персоналізованих рекомендацій, зокрема, у

сферах онлайн-стрімінгу, електронної комерції та цифрових бібліотек**.**

Удосконалення та поглиблення методики формулювання та використання нечітких висновків сприяє вирішенню погано формалізованих задач, до яких відноситься створення та обгрунтування рекомендацій в умовах невизначеності. Використання нечіткої формалізації дозволить системі бути більш гнучкою до рівнів уподобань користувачів, більш точною у визначенні подібності між користувачами та підвищує якість прогнозованих оцінок користувачів, завдяки зменшенню впливів випадкових коливань в оцінках.

Література

1. Івохін Є., Шелякін Г., Махно М. (2024). Удосконалення методу колаборативної фільтрації шляхом інтегрування семантичного та часового факторів і методу кластерного аналізу. *Artificial Intelligence*. №1. С. 57 – 63. [Online]. Available: https://doi.org/10.15407/jai2024.01.057

2. Івохін, Є., Шелякін, Г. (2024). Collaborative Filtering as One of the Methods of Content Recommendations: main Problems and Ways to Solve. *Modern Engineering and Innovative Technologies.* 1(34-01). С. 94–105. [Online]. Available: https://doi.org/ 10.30890/2567-5273.2024-34-00-013

3. Кучерук В.Ю., Глушко М.В. (2018). Покращення алгоритму «Item to Item» методу колаборативної фільтрації для розробки рекомендаційних систем на основі косинусної міри шляхом оцінки релевантності. *Scientific Journal «ScienceRise»* №1(42). С. 20–24. [Online]. Available: https://doi.org/10.15587/2313-8416.2018.120886

4. Кулягін А.І., Нарожний В.В., Ткачов В.М., Кучук Г.А. (2022). Дослідження методів побудови рекомендаційних систем для розв'язання задачі вибору найбільш релевантного відео при створенні віртуальних арт-композицій. *Системи управління, навігації та зв'язку*. № 4. С. 94–99. [Online]. Available: https://doi.org/10.26906/SUNZ.2022.4.094

5. Мелешко Є.В. (2018). Проблеми сучасних рекомендаційних систем та методи їх рішення. *Системи управління, навігації та зв'язку*. № 4 (50). С. 120 –124. [Online].
Available: https://doi.org/10.26906/SUNZ.2018.4.120

6. Пасічник В.В., Юнчик В.Л., Кунанець Н.Е., Федонюк А.А. (2022). Використання нечіткої логіки у процесі експертного оцінювання електронних навчальних ресурсів. *Науковий вісник НЛТУ.* Т.32. № 4. С. 66 – 76. [Online].
Available: https://doi.org/10.36930/40320411

7. Худік Б.О. (2023). Модель представлення даних рекомендаційної системи в сфері освіти на основі нечіткої логіки. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. № 1 (21). С. 260 –272. [Online]. Available: https://doi.org/10.28925/2663-4023.2032.21.260272

8. Лещинський В.А., Лещинська І.А. (2020). Удосконалення методу колаборативної фільтрації з неявним зворотнім зв'язком на основі ранжування негативних результатів в матриці вхідних даних. *Системи управління, навігації та зв'язку*. 3 (61). С. 99–103. [Online].
Available: https://doi.org/10.26906/SUNZ.2018.3.073

9. Чередніченко О.Ю., Іващенко О.В., Гонтар Ю.М., Ворона Б.М. (2018). Інтелектуальний аналіз пропозицій товарів на основі контекстних рекомендацій. *Вісник Національного технічного університету (ХПІ).* № 44. С. 57–66.
[Online]. Available: https://doi.org/10.20998/2079-0023.2018.44.10

10. Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control. P. 338–353. [Online]. Available:
https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

11. Faiz Akram, Tanvir Ahmad, Mohd. Sadiq. (2024). An integrated fuzzy adjusted cosine similarity and TOPSIS based recommendation system for information system requirements selection. Decision Analytics Journal. Vol. 11. P. 1–13.
[Online].
Available:https://doi.org/10.1016/j.dajour.2024.100443

12. Fu-Lai Chung, Stephen Chi-fai Chan. (2006). A collaborative filtering framework based on fussy association rules and multiple-level similarity. *Knowledge and Information Systems*. Vol. 10. P. 357–381. [Online]. Available:
http://dx.doi.org/10.1007/s10115-006-0002-1

13. Rakesh Agrawal, Ramakrishnan Srikant (1994). Fast Algorithms for Mining Association Rules. P. 487–499. [Online]. Available:
https://www.vldb.org/conf/1994/P487.PDF

14. Soojung Lee (2020). Using Fuzzy Rating Information for Collaborative Filtering-based Recommender Systems. International Journal of Advanced Smart Convergence. Vol.9. No.3. P. 42–48. [Online].
Available: https://doi.org/10.7236/IJASC.2020.9.3.42

15. Mamdani E. (1974). Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant. Proceedings of the IEEE. Vol. 121 (12). P. 1585-1588.

16. Timothy J. Ross (2004). Fuzzy Logic with engineering applications. Vol.2.
[Online]. Available:
https://home.iitk.ac.in/~avrs/ManyValuedLogic/FuzzyLogicforEngineers.pdf

References

1. Ivokhin Ye., Sheliakin H., Makhno M. (2024). Udoskonalennia metodu kolaboratyvnoi filtratsii shliakhom intehruvannia semantychnoho ta chasovoho faktoriv i metodu klasternoho analizu. *Artificial Intelligence*. №1. S. 57 – 63. [Online]. Available: https://doi.org/10.15407/jai2024.01.057

2. Ivokhin Ye., Sheliakin H. (2024). Collaborative Filtering as One of the Methods of Content Recommendations: main Problems and Ways to Solve.

Modern Engineering and Innovative Technologies. 1(34-01). S. 94–105. [Online]. Available: https://doi.org/ 10.30890/2567-5273.2024-34-00-013

3. Kucheruk V.Yu., Hlushko M.V. (2018). Pokrashchennia alhorytmu «Item to Item» metodu kolaboratyvnoi filtratsii dlia rozrobky rekomendatsiinykh system na osnovi kosynusnoi miry shliakhom otsinky relevantnosti. *Scientific Journal «ScienceRise»* №1(42). S. 20–24. [Online]. Available: https://doi.org/10.15587/2313-8416.2018.120886

4. Kuliahin A.I., Narozhnyi V.V., Tkachov V.M., Kuchuk H.A. (2022). Doslidzhennia metodiv pobudovy rekomendatsiinykh system dlia rozviazannia zadachi vyboru naibilsh relevantnoho video pry stvorenni virtualnykh art-kompozytsii. *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku*. № 4. S. 94–99. [Online]. Available: https://doi.org/10.26906/SUNZ.2022.4.094

5. Meleshko Ye.V. (2018). Problemy suchasnykh rekomendatsiinykh system ta metody yikh rishennia. *Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku*. № 4 (50). S. 120 –124. [Online]. Available: https://doi.org/10.26906/SUNZ.2018.4.120

6. Pasichnyk V.V., Yunchyk V.L., Kunanets N.E., Fedoniuk A.A. (2022). Vykorystannia nechitkoi lohiky u protsesi ekspertnoho otsiniuvannia elektronnykh navchalnykh resursiv. *Naukovyi visnyk NLTU.* T.32. № 4. S. 66 – 76. [Online]. Available: https://doi.org/10.36930/40320411

7. Khudik B.O. (2023). Model predstavlennia danykh rekomendatsiinoi systemy v sferi osvity na osnovi nechitkoi lohiky. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*.№ 1 (21). S. 260 –272. [Online]. Available: https://doi.org/10.28925/2663-4023.2032.21.260272

8. Leshchynskyi V.A., Leshchynska I.A. (2020). Udoskonalennia metodu kolaboratyvnoi filtratsii z neiavnym zvorotnim zviazkom na osnovi ranzhuvannia nehatyvnykh rezultativ v matrytsi vkhidnykh danykh. S*ystemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku*. 3 (61). C. 99–103. [Online]. Available: https://doi.org/10.26906/SUNZ.2018.3.073

9. Cherednichenko O.Yu., Ivashchenko O.V., Hontar Yu.M., Vorona B.M. (2018). Intelektualnyi analiz propozytsii tovariv na osnovi kontekstnykh rekomendatsii. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu (XTII).* № 44. C. 57–66. [Online]. Available: https://doi.org/10.20998/2079-0023.2018.44.10

10. Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control. P. 338–353. [Online]. Available: https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

11. Faiz Akram, Tanvir Ahmad, Mohd. Sadiq. (2024). An integrated fuzzy adjusted cosine similarity and TOPSIS based recommendation system for information system requirements selection. *Decision Analytics Journal.* Vol. 11. P. 1–13. [Online]. Available: https://doi.org/10.1016/j.dajour.2024.100443

12. Fu-Lai Chung, Stephen Chi-fai Chan. (2006). A collaborative filtering framework based on fussy association rules and multiple-level similarity. *Knowledge and Information Systems*. Vol. 10. P. 357–381. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/s10115-006-0002-1

13. Rakesh Agrawal, Ramakrishnan Srikant (1994). Fast Algorithms for Mining Association Rules. P. 487–499. [Online]. Available: https://www.vldb.org/conf/1994/P487.PDF

14. Soojung Lee (2020). Using Fuzzy Rating Information for Collaborative Filtering-based Recommender Systems. *International Journal of Advanced Smart Convergence*. Vol.9. No.3. P. 42–48. [Online]. Available: https://doi.org/10.7236/IJASC.2020.9.3.42

15. Mamdani E. (1974). Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant. Proceedings of the IEEE. Vol. 121 (12). P. 1585-1588.

16. Timothy J. Ross (2004). Fuzzy Logic with engineering applications. Vol.2. [Online]. Available: https://home.iitk.ac.in/~avrs/ManyValuedLogic/Fuzzy LogicforEngineers.pdf

The article has been sent to the editors 25.08.25.
After processing 15.09.25.
Submitted for printing 30.09.25.

Copyright under license CCBY-SA4.0.